

Uma experiência de investigação matemática com futuros professores

A mathematical investigation experience with prospective teachers

Rafael Roberto Germinaro¹
Bruno Rodrigo Teixeira²

Resumo

Este trabalho consiste em um relato de experiência no contexto de uma disciplina de Prática e Metodologia de Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado, em um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade estadual paranaense, e tem como objetivo retratar algumas ações e reflexões desenvolvidas por um professor de Matemática antes, durante e após uma aula em que foi introduzida a Investigação Matemática como perspectiva de ensino a futuros professores. A experiência desenvolveu a compreensão do professor a respeito da perspectiva e oportunizou aos futuros professores que vivenciassem as especificidades de uma aula de Investigação Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação Inicial de professores de Matemática; Investigação Matemática.

Abstract

This paper presents an experience report at the context of a Mathematics Teaching Practice and Methodology subject, in a Mathematics Teacher Education program at a state university in Paraná, and shares some actions and reflections developed by a Mathematics teacher before, during and after a lesson in which Mathematical Investigation was introduced as a teaching method to prospective teachers. The experience enabled the teacher to develop an understanding of the perspective and opportune the prospective teachers to live the specificities of a Mathematical Investigation lesson.

Keywords: Mathematics Education; Preservice Mathematics teachers Education; Mathematical Investigation.

1. Introdução

Este relato de experiência retrata algumas ações e reflexões realizadas por um professor de Matemática, primeiro autor (designado no presente trabalho por estagiário) na realização de seu Estágio de Docência na Graduação, enquanto aluno de um Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Educação

¹ Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). E-mail: rafael.roberto@uel.br

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professor do Departamento de Matemática e, também, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). E-mail: bruno@uel.br

Matemática, em uma universidade estadual paranaense, na disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado (designada no presente trabalho por disciplina de Estágio I) e ministrada pelo segundo autor (designado no presente trabalho por professor formador).

A disciplina de Estágio I possuía 12 licenciandos matriculados (designados por alunos ou futuros professores), dos quais cinco já atuavam na rede municipal ou estadual de ensino. Essa disciplina tinha como um de seus objetivos oferecer suporte para o futuro professor no Estágio Curricular Obrigatório, no que dizia respeito, por exemplo, a preparação das ações do estágio e a reflexão após sua realização.

Entre os tópicos presentes na ementa da disciplina, este relato de experiência contempla o seguinte: “Tendências pedagógicas para a Educação Matemática no currículo e na sala de aula do Ensino Fundamental”, das quais faz parte a perspectiva da Investigação Matemática. Para apresentar essa tendência no contexto da disciplina de Estágio I, foi considerado que se esta perspectiva de ensino fosse abordada de forma articulada com a prática profissional do professor de Matemática, o processo formativo poderia ser potencializado (Caldatto *et al.*, 2021). Assim, dada a pertinência de uma prática formativa que integra a teoria e a prática (Gatti *et al.*, 2019), este relato é desenvolvido.

Nesse intuito, partiu-se da ideia de realizar inicialmente uma aula com os futuros professores na posição de alunos, e depois discuti-la teoricamente com base na prática desenvolvida, pois essa estratégia tem se mostrado, na experiência do professor formador, promissora para a formação deles. Para o desenvolvimento desta prática foram utilizadas as aulas referentes a dois encontros³, cada um com duração de 1 hora e 40 minutos.

Desse modo, o presente artigo tem por objetivo retratar algumas ações e reflexões desenvolvidas por um professor de Matemática antes, durante e após uma aula em que foi introduzida a Investigação Matemática como perspectiva de ensino a futuros professores. A estrutura deste relato conta com uma seção na qual são apresentados aspectos teóricos referentes à Investigação Matemática e nas demais seções, contendo ações e reflexões na perspectiva do estagiário, a estrutura segue conforme as etapas por ele vivenciadas: planejamento da aula; realização da aula; e,

³ Um deles para o desenvolvimento da aula (seção 3.2) e o outro para a discussão teórica a partir da prática desenvolvida na aula (seção 3.3).

discussão teórica após a aula. Ao final do artigo são apresentadas algumas considerações.

2. Aspectos teóricos

Para que uma aula seja desenvolvida segundo a perspectiva da Investigação Matemática, é necessário que sejam propostas tarefas investigativas aos estudantes, que segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 23), consistem em “situações mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição.” É a partir destas situações que as investigações matemáticas acontecem, de modo que “[...] envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração”. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013, p. 10)

Com relação à dinâmica de uma aula de Matemática desenvolvida a partir de uma tarefa investigativa, pode-se destacar que é habitualmente desenvolvida em três fases, (i) introdução da tarefa, (ii) realização da investigação e (iii) discussão dos resultados. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013).

No que tange à realização desse tipo de tarefa pelos estudantes, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 20) assinalam que ela envolve quatro momentos principais:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Nessa direção, autores como Pires (2015, p. 45) afirmam que no desenvolvimento de tarefas investigativas, os estudantes recorrem

[...] a processos de fazer matemática característicos dos alunos mais novos como, por exemplo, representar, relacionar e operar (classificar, ordenar, calcular, estabelecer relações, interpretar), experimentar, explorar, identificar padrões e regularidades, formular, testar e validar conjecturas, generalizar ou comunicar.

Assim, conforme destacam Cavalheiro, Meneghetti e Severino (2017), para que possa explorar potencialidades e lidar com obstáculos que surjam na utilização de perspectivas de ensino como a Investigação Matemática “é fundamental que o

professor de Matemática aprenda a trabalhar com elas, melhor ainda se tal aprendizagem começar já na formação inicial docente" (Cavalheiro; Meneghetti; Severino, 2017, p. 4-5). Indo ao encontro das indicações destas autoras, Jucá e Pironel (2022, p. 15) evidenciam o seguinte:

A investigação matemática, como uma alternativa metodológica, pode fornecer aos alunos de quaisquer etapas de ensino situações de aprendizagem que os levem a compreender os conteúdos matemáticos. No entanto, o professor precisa se sentir preparado para executar esse tipo de aula e ter bastante clareza sobre as etapas do processo de investigação.

Logo, a tarefa envolver uma situação mais aberta, de modo a ter um caráter investigativo pode não ser suficiente para que a aula na qual ela está inserida constituir uma aula de Investigação Matemática, o que torna o planejamento da aula parte fundamental no uso desta alternativa metodológica, considerando que "o professor precisa se sentir preparado para executar esse tipo de aula e ter bastante clareza sobre as etapas do processo de investigação." (Jucá; Pironel, 2022, p.15).

3. Relato da Experiência

Essa terceira seção está organizada em três subcapítulos que apresentam o planejamento da aula, a condução desta aula e, por fim, o debate teórico acerca da aula.

3.1 Planejamento da aula

Diante da proposta de realização de uma aula na perspectiva da Investigação Matemática, que posteriormente embasaria um estudo teórico na turma, o estagiário teve como objetivo planejar uma aula em que fosse possível evidenciar as principais características de tarefas investigativas (estilo de conjectura-teste-demonstração) e das fases (introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados) do trabalho em sala de aula com a Investigação Matemática, baseando-se no trabalho de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

Para a escolha da tarefa, o estagiário optou por utilizar a mesma de uma experiência que teve com a perspectiva da Investigação Matemática enquanto aluno da licenciatura. Nessa experiência foi apresentada a ele uma tarefa presente em um

dos livros tidos como referência no estudo da Investigação Matemática no Brasil, e que compartilha das principais características desse tipo de tarefa.

Figura 1 - Enunciado da tarefa investigativa

1) Procure descobrir relações associadas aos números:																				
<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr><tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	2	3																	
4	5	6	7																	
8	9	10	11																	
12	13	14	15																	
...																	
Registre as conclusões que for obtendo.																				

Fonte: adaptado de Ponte, Brocardo; Oliveira (2013).

Uma prática frequentemente adotada na turma em que foi realizada essa experiência relatada, como forma de aproximar a aula ao contexto do Ensino Fundamental, consiste nos futuros professores se imaginarem como alunos de um determinado ano da Educação Básica, restringindo as possibilidades de resolução, e, ao mesmo tempo, possibilitando desenvolverem seu conhecimento a respeito de alunos dessa etapa de escolaridade. Nesse caso, a proposta seria simular pertencimento ao 8º ano do Ensino Fundamental, pois além de ser o ano da Educação Básica com o qual o estagiário possuía maior experiência como professor, permitiria que a representação e a manipulação algébrica pudessem ser recursos mobilizados durante a investigação.

Apesar de a tarefa ter potencial para um trabalho de caráter investigativo em sala de aula, ela por si não é suficiente para a realização de uma aula de Investigação Matemática, dada a possibilidade de os alunos não recorrerem a processos matemáticos relativos aos quatro momentos principais, apontados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), no desenvolvimento de uma tarefa desta natureza. Portanto, a realização ou não de uma aula nessa perspectiva depende também das ações do professor diante da tarefa e dos alunos na intenção de estimular o desenvolvimento de tais processos. Logo, o estagiário, apoiado pelo professor formador, percebeu a necessidade de aprofundar suas leituras sobre o assunto, tanto em textos de caráter teórico quanto prático, a exemplo dos relatos de experiência.

Dada a especificidade das expectativas de um docente sobre o aluno em um trabalho com Investigação Matemática, houve preocupação do estagiário no que diz respeito à compreensão dos futuros professores sobre o que seria esperado deles,

enquanto alunos, em uma aula na perspectiva pretendida. Assim, sugeriu ao professor formador acrescentar a seguinte observação no enunciado da tarefa:

Figura 2 - Observação adicionada à tarefa investigativa

Observação para orientação da atividade: A descoberta das relações envolve 4 momentos:

1. Observar, manipular a situação (O que temos... ?)
2. Formular conjecturas (Será que... ?)
3. Teste (Isso é verificado... ?)
4. Justificação (Por que acontece... ?)

Fonte: elaborado pelos pesquisadores com base em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

A “Observação para orientação da atividade” foi motivada pela pouca familiaridade de alunos de modo geral, e, em particular, dos futuros professores com a ação investigativa. A intenção foi de conferir clareza acerca das expectativas que o professor tem dos alunos nessa perspectiva de ensino, dando a possibilidade de agirem de forma mais independente ao passo que compreendem estar sob expectativas específicas.

No planejamento do professor, outro aspecto considerado foi a antecipação de relações matemáticas e discussões que poderiam surgir no decorrer da aula. Para isso, foi importante se colocar na posição de aluno e interagir com a tarefa proposta conforme seu entendimento das ações que eles poderiam ter. Nesse movimento, o estagiário se familiarizou com a tarefa investigativa ao observar, conjecturar, testar conjecturas e justificar a validade dessas conjecturas. Assim, passou a se sentir confiante para compreender as ideias dos alunos e no apoio a eles para que conseguissem avançar nos momentos descritos na Figura 2.

Além disso, a aula planejada foi estruturada em três fases inspiradas em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013):

- **Introdução:** nesse momento, o estagiário expõe como será a dinâmica da aula, do início ao fim, entrega a cópia do enunciado da tarefa investigativa, solicita leitura (individual e conjunta) da turma e abre espaço para dúvidas sobre a compreensão do que deve ser feito. Na sequência, pede para formarem grupos de três pessoas.
- **Desenvolvimento:** com a intenção de observar e questionar o trabalho feito pelos alunos, o estagiário precisa estar atento às conjecturas realizadas em cada grupo para selecionar aqueles que apresentarão na lousa. Os questionamentos podem ser realizados para: compreender o que está sendo feito no grupo, dar suporte no avanço dos quatro momentos (Figura 2) que orientam o trabalho dos alunos na tarefa e para perceberem se cometem algum equívoco.

- **Apresentação e discussão:** solicita-se que algum representante de cada grupo vá à lousa e registre a relação encontrada. Concluído o registro de todos os grupos, eles devem expor o que foi feito e apresentar suas justificativas. A sequência na qual essas apresentações serão feitas, devem permitir ao estagiário relacioná-las e promover alguma discussão em que os alunos participem.

Cabe ressaltar que como uma das características da Investigação Matemática é a possibilidade da proposição de variadas conjecturas nos grupos, existe alto grau de incerteza das produções que surgirão. Assim, é pouco provável que o docente consiga planejar detalhadamente como o momento de apresentação acontecerá, por isso o estagiário decidiu planejá-la durante a dinâmica da aula.

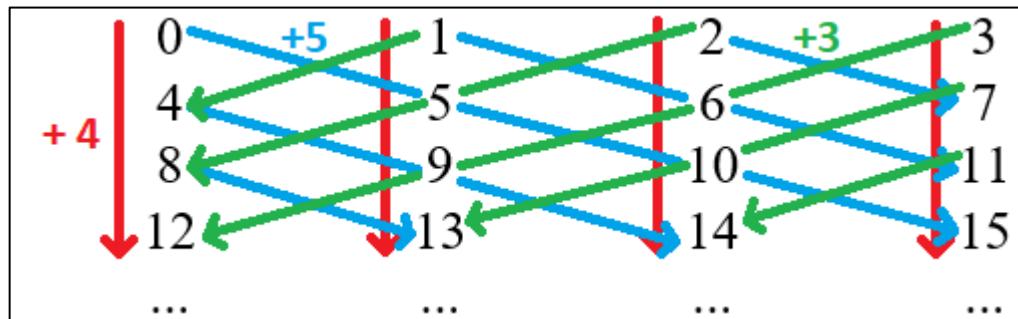
3.2 Realização da aula

O início da aula ocorreu como planejado. Após a entrega das cópias do enunciado da tarefa investigativa (Figuras 1 e 2), não houve aparente dificuldade dos alunos em compreender o que devia ser feito. Foi destacado pelo estagiário ao fim da leitura coletiva da tarefa, que não havia um único resultado possível. A tarefa proposta se tratava de um processo criativo que deveria seguir os quatro momentos destacadas na observação (Figura 2).

Outro ponto de destaque na introdução foi a solicitação do registro no caderno, em que deviam identificar, quando possível, os momentos expostos na Figura 2. Isso se mostrou fundamental para que o estagiário pudesse acessar suas ideias e para que, durante as apresentações, elas fossem colocadas para discussão diante do que foi feito pelos colegas de sala.

Com a turma organizada em quatro grupos (designados no presente trabalho por A, B, C e D) de três pessoas, os estudantes passaram a identificar relações conforme solicitado na Figura 1, como o aumento de quatro unidades ao realizar um deslocamento vertical ou o aumento de 5 ou 3 unidades nas diagonais, em sentidos definidos pelos alunos conforme a Figura 3.

Figura 3 - Ilustração das relações identificadas pelos futuros professores.

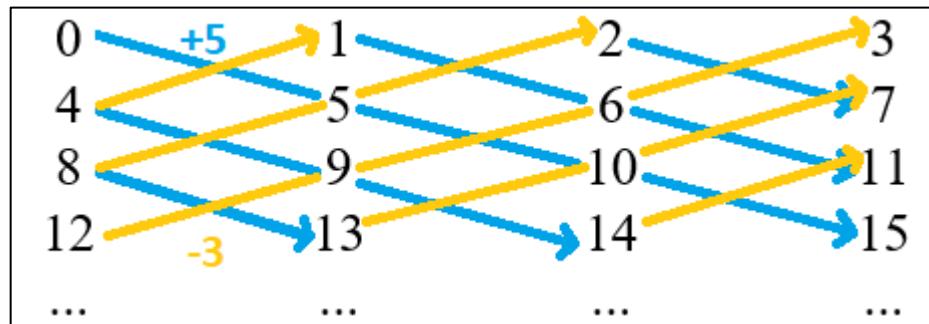


Fonte: elaborado pelos pesquisadores (2025).

À título de comunicação, as quatro sequências indicadas pelas setas vermelhas serão referidas como “sequências das colunas”, as cinco sequências representadas pelas setas em azul serão referidas como “sequências das diagonais azuis” e as cinco sequências indicadas pelas setas em verde serão referidas como “sequências das diagonais verdes”. Cabe ressaltar que deve ser considerado também o sentido indicado pelas setas nas três cores, dado que no sentido oposto haveria uma subtração associada à sequência.

No decorrer da observação e interação do estagiário com os alunos distribuídos nos quatro grupos, algumas dificuldades dos alunos associadas à formulação de conjecturas foram identificadas e pareceram estar relacionadas ao registro das ideias. Quando afirmado pelo grupo A que “nas diagonais adicionamos 5 unidades”, o estagiário questionou se este padrão era verificado em todas as diagonais. Observando que existiam diagonais em que se adicionam 3 unidades, reformularam a conjectura: “nas diagonais da esquerda para a direita, se adicionam 5 unidades no elemento para obter o seguinte”. Após isso, o estagiário novamente questiona, indicando as sequências das diagonais verdes em sentido oposto: “informar que se trata das diagonais da esquerda para a direita é suficiente? Dependendo de como eu observo na diagonal em que se adiciona 3 unidades, ela também é da esquerda para a direita?” O argumento é ilustrado a seguir, na Figura 4.

Figura 4 - Duas possibilidades de diagonais da esquerda para a direita.



Fonte: elaborado pelos pesquisadores (2025).

Esta mesma discussão aconteceu no grupo B, que também percebeu a regularidade nas sequências diagonais, no entanto, as propostas para expor as conjecturas de forma objetiva e clara foram distintas. Percebendo isso, o estagiário decidiu que este seria um ponto interessante para destacar na fase das apresentações, solicitando que os referidos grupos fossem os primeiros a apresentar, um explicaria suas descobertas a respeito das sequências das diagonais azuis e o outro trataria das sequências das diagonais verdes, cada um utilizando sua forma de representar a conjectura.

Como esperado pelo estagiário, os alunos tiveram mais dificuldades associadas à justificação. Em alguns grupos, a justificação se confundia com o teste devido ao contexto simulado de uma turma do 8º ano, conforme será relatado na sequência desta seção. Já os futuros professores que pareciam distinguir os momentos, argumentavam no sentido de que a situação era de tamanha simplicidade a ponto de não conseguirem perceber os motivos pelos quais na sequência das colunas se adicionava quatro unidades.

Tal momento evidenciou o papel do planejamento, pois as orientações e questionamentos elaborados previamente pelo estagiário foram utilizados no momento da aula, pois condiziam com as situações que surgiram em sala e intencionavam o apoio aos estudantes no reconhecimento das características do quadro numérico que levavam à validade de determinada conjectura. Os principais questionamentos realizados foram: “e se houvessem cinco colunas ao invés de quatro? O aumento nas sequências das colunas ainda seria de quatro?” ou “e se na sequência das linhas, da esquerda para a direita, o aumento não fosse de uma unidade, e sim de duas, o aumento nas sequências das colunas ainda seria de

quatro?". A partir disso, os alunos indicaram alguma compreensão da influência dessas características na validade dessa conjectura.

O grupo C investigou seguindo o raciocínio dos questionamentos realizados pelo estagiário, se dedicando a pensar nas mudanças decorrentes das alterações no número de colunas ou no aumento na sequência das linhas, conjecturando que o número de colunas é igual à quantidade de unidades que se adiciona na sequência de colunas, e apesar de ter conjecturado algumas outras relações, não veio a estruturá-las, não registrando de forma clara as ideias desenvolvidas. Porém, um dos futuros professores do grupo comunicou que havia pensado em uma justificativa para o aumento de cinco unidades das sequências das diagonais azuis, também identificada por eles. Ao perceber que a justificativa proposta pelo grupo C era distinta das propostas pelos grupos A e B, o estagiário informou ao aluno que precisaria da sua explicação para a turma em algum momento da apresentação.

Durante a realização dessa aula de caráter investigativo, alguns dos futuros professores pareciam entusiasmados com esta forma de se trabalhar em aulas de Matemática, enquanto outros estavam incomodados por terem constatado que não havia como objetivo a introdução de um conteúdo novo por meio da tarefa, tal como no ensino através da Resolução de Problemas (Onuchic, Allevato, 2011). A percepção dessa situação, principalmente pelo professor formador, indagado a respeito dessa questão por um dos futuros professores ao final da aula, oportunizou uma discussão durante o estudo teórico posterior da perspectiva de ensino relacionado com a prática vivenciada, conforme será descrito na seção 3.3 deste relato. Ainda no que diz respeito a essa situação nos grupos, A e B indicavam entusiasmo, e tiveram sucesso em estruturar as investigações conforme as expectativas do estagiário.

O desenvolvimento da tarefa no grupo D passava pelo uso de alguns conceitos que não estavam associados ao 8º ano, tais como progressões aritméticas e matrizes, por consequência acabaram abandonando a linha de raciocínio adotada inicialmente ao não insistirem em identificar alguma forma de adaptar essas ideias à realidade de uma turma do 8º ano. No entanto, o grupo estava engajado, mostrando dedicação.

Neste grupo em específico, o estagiário encontrou mais dificuldades para orientar de forma eficiente, dado que não conseguia compreender com clareza as ideias colocadas por eles. Apesar disso, conjecturaram e obtiveram expressões algébricas para representar as sequências das colunas e verbalizaram uma

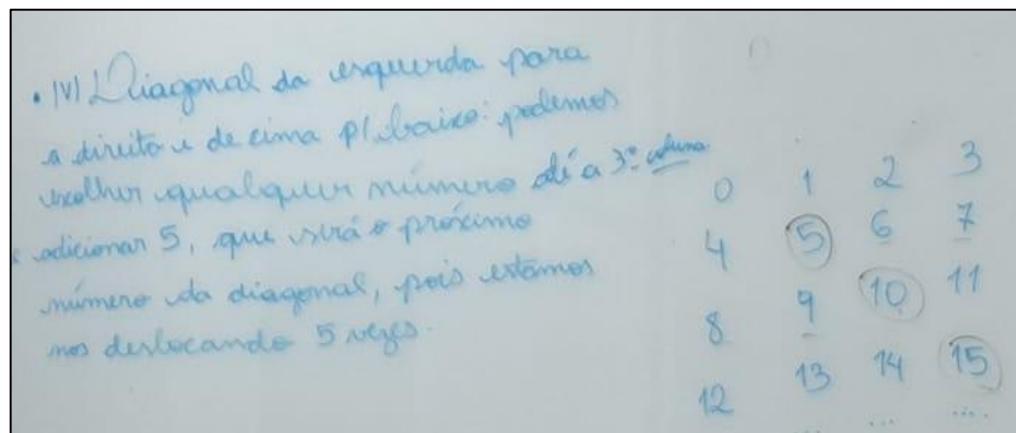
justificativa pouco antes do início das explicações dos colegas no quadro para a turma.

Como se tratava de uma ideia distinta das demais, o grupo D foi convidado a apresentar por último apesar de o estagiário não se sentir seguro em relação aos comentários que faria, pois não havia compreendido os argumentos elaborados. Pode-se dizer que a iniciativa em solicitar a apresentação foi tomada principalmente pela intenção de valorizar o que foi feito pelo grupo, para que não fossem o único grupo a não ser convidado a ir à lousa.

Em reflexão posterior, houve o reconhecimento por parte do estagiário de que o foco da aula devia ser a discussão em relação às investigações realizadas. Desse modo, ao invés de convidar o grupo D para a apresentação para evitar um possível sentimento de exclusão, o estagiário poderia oportunizar sua participação nas apresentações dos outros grupos, trazendo uma forma de participação mais dinâmica para a aula.

Iniciada a fase das apresentações e concluído o registro na lousa das produções dos grupos, o estagiário pediu para que todos os alunos identificassem na fala dos colegas os quatro momentos do processo investigativo (Figura 2), e analisassem se, em suas percepções, o grupo havia justificado a validade da relação evidenciada. O primeiro grupo a ir ao quadro foi o A, que explicitou a relação conjecturada, testou conforme solicitado e justificou a validade da conjectura:

Figura 5 - Registro realizado pelo grupo A.



Fonte: registro dos pesquisadores (2025).

A justificativa do grupo A está associada à percepção do deslocamento horizontal para a direita implicar na adição de uma unidade. Dado que o grupo considerou apenas as “diagonais da esquerda para a direita e de cima para baixo”, foi explicado pelos alunos que, escolhido algum número até a terceira coluna, obtém-se

o próximo número da diagonal em cinco deslocamentos horizontais para a direita, considerando a mudança de linha, para “chegar” no elemento seguinte da diagonal. Desse modo, o fato de as sequências das diagonais azuis estarem associadas a essa adição por cinco decorre destes cinco deslocamentos necessários até o próximo elemento da diagonal.

Em seguida, houve a explicação do grupo B, que também conjecturou a respeito das sequências diagonais. Contudo, o estagiário solicitou que tratassem apenas das diagonais verdes para não repetir o que o outro grupo já havia apresentado.

Figura 6 – Registro realizado pelo grupo B.

<table border="1"> <tr><td>3</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>D</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7H</td></tr> <tr><td>C</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11L</td></tr> <tr><td>B</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15L</td></tr> <tr><td>A</td><td></td><td>K</td><td>L</td><td></td></tr> </table>	3	8	1	2	3	D	4	5	6	7H	C	8	9	10	11L	B	12	13	14	15L	A		K	L		<p>direita as diagonais (GA,FB,EC,HK,IL) ocorre uma subtração consecutiva de 3 em 3</p> <p>ii) Se olharmos da direita para esquerda a diagonal GA, ocorre uma soma consecutiva de 3 em 3. Podemos concluir também que as diagonais FB,EC,HK e IL fazem também a mesma soma. Também é similar, notar que da esquerda para</p>	$IL = (11, 14)$ $IL = (11, 11+3)$ $IL = (11, 14)$ $HK = (7, 10, 13)$ $HK = (7, 7+3, 7+3+3)$ $GA = (3, 6, 9, 12)$ $GA = (3, 3+3, 3+3+3, 3+3+3+3)$
3	8	1	2	3																							
D	4	5	6	7H																							
C	8	9	10	11L																							
B	12	13	14	15L																							
A		K	L																								

Fonte: registro dos pesquisadores (2025).

O grupo B optou por associar cada número tanto da primeira e quarta coluna quanto da primeira e quarta linha a alguma letra, desse modo poderiam representar qualquer uma das diagonais presentes nas quatro primeiras linhas. Também destacaram que se analisadas da direita para a esquerda, nas diagonais há somas consecutivas de três unidades, enquanto da esquerda para a direita existem diferenças consecutivas de três unidades.

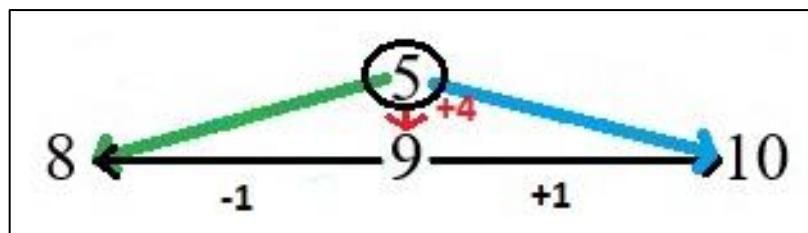
Como planejado, foi destacado para a turma que enquanto o grupo A utilizou de um texto em língua natural para indicar as diagonais e o sentido da sequência, como visto em “diagonal da esquerda para a direita e de cima para baixo”, o grupo B aliou o uso de letras inseridas na tabela ao texto, “olharmos da direita para esquerda a diagonal GA”. Em ambos os casos, o objetivo de comunicar, sem ambiguidades, o que era desejado, parece ter sido atingido. Um aspecto interessante que o estagiário deixou de comentar no momento da aula, consiste no fato de que o grupo B, ao utilizar

essa forma de registro, representou isoladamente cada uma das sequências das diagonais verdes, ao passo que se o grupo A tivesse a intenção de fazê-lo, teria que recorrer a outras formas de comunicação.

No que diz respeito à justificativa, o grupo B argumentou que como deviam simular uma turma de 8º ano, não seria condizente realizar uma demonstração mais elaborada, e que evidenciar nos exemplos a adição de três unidades seria a forma de apresentar o motivo da validade da conjectura. A turma foi questionada se considerava que o grupo realizou uma justificativa adequada e a resposta foi negativa.

Antecipando essa explicação do grupo B, o estagiário solicitou para que um membro do grupo C mostrasse a justificativa que havia elaborado para as sequências diagonais estarem associadas às adições de cinco unidades e de três unidades. Com base no registro dos grupos anteriores, um futuro professor argumentou que, partindo de um determinado número tal que exista elemento seguinte em sua diagonal, este elemento é obtido em um movimento vertical para baixo e depois em um movimento horizontal, se o movimento horizontal for para a direita, obtém-se um elemento da diagonal azul, se for para a esquerda, obtém-se um elemento da diagonal verde.

Figura 7 - Ilustração da justificativa apresentada.



Fonte: elaborado pelos pesquisadores (2025).

Ele explica que dentro de cada uma das quatro colunas, seguindo o sentido de cima para baixo, há um aumento de quatro unidades. Desse modo, qualquer deslocamento vertical para baixo a partir de um elemento inicial implicaria que o elemento seguinte seria o anterior adicionado de quatro unidades. Já o deslocamento horizontal para a esquerda implicaria em uma diminuição de uma unidade, logo, para se obter o número seguinte em uma sequência das diagonais verdes, haveria a adição de quatro unidades, devido ao deslocamento vertical, e diminuição de uma unidade, devido ao deslocamento horizontal para a esquerda, e, portanto, haveria a adição de três unidades. O mesmo raciocínio se aplica para a sequência das diagonais azuis.

Diante desta explicação, os alunos foram questionados se a consideravam uma justificativa, respondendo positivamente, incluindo os alunos do grupo anterior, que perceberam ser possível elaborar uma forma de explicar a razão da validade da relação identificada sem recorrer a argumentos que não convém serem abordados nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Assim, foi possível concluir que nessa perspectiva de ensino pode-se entender a justificativa como forma de evidenciar o *porquê* a conjectura ocorre, enquanto o teste auxilia a verificar se a conjectura ocorre.

Particularmente, o estagiário sentiu que ainda seria necessária uma discussão acerca do deslocamento vertical implicar em uma adição de quatro unidades, visto que foi uma relação à qual a justificativa do grupo C recorreu, no entanto, a turma pareceu satisfeita com o que foi apresentado, e não lhe parecia adequado, naquele momento, propor alguns pontos de discussão aos quais os alunos não direcionaram atenção. Logo, apesar do incômodo pessoal do estagiário, a aula seguiu com as apresentações.

O grupo D apresentou expressões algébricas que descreviam cada uma das sequências das colunas, isso é, para cada uma das quatro colunas, uma expressão algébrica que descreve seus elementos em função de n , em que n é o número da linha do elemento menos um.

Figura 8 – Registro realizado pelo grupo D.

0	1	2	3	$S_1(4m)$, mEN
4	5	6	7	$S_2(4m+1)$, mEN
8	9	10	11	$S_3(4m+2)$, mEN
12	13	14	15	$S_4(4m+3)$, mEN

Fonte: registro dos pesquisadores (2025).

Assim, quando n assume valor zero em cada uma das quatro expressões algébricas registradas pelo futuro professor, obtém-se os números presentes na primeira linha, quando n assume valor um, as expressões retornam os números da segunda linha e assim por diante. O aluno que foi o principal autor da descoberta no grupo teve alguma dificuldade em explicar para a turma a justificativa que haviam

elaborado. Do mesmo modo, o estagiário também pouco entendeu naquele momento, o raciocínio que havia sido desenvolvido, e por isso, sentiu que não poderia auxiliar o aluno na própria justificativa naquele momento.

Em sua preparação, o estagiário refletiu a respeito destas expressões algébricas, reescrevendo os números apresentados na Figura 1 utilizando a divisão euclidiana. A primeira coluna contém os múltiplos de quatro, a segunda contém os elementos que quando divididos por 4 apresentam resto 1, a terceira contém os elementos que quando divididos por 4 apresentam resto 2 e a quarta contém os elementos que quando divididos por 4 apresentam resto 3.

Figura 9 - Elementos reescritos a partir da divisão euclidiana.

4x0	4x0+1	4x0+2	4x0+3
4x1	4x1+1	4x1+2	4x1+3
4x2	4x2+1	4x2+2	4x2+3
4x3	4x3+1	4x3+2	4x3+3
...

Fonte: elaborado pelos pesquisadores (2025).

No entanto, com receio de descaracterizar a perspectiva de ensino adotada, o estagiário optou por não propor sua justificativa, dado que sua compreensão da perspectiva, naquele momento, não embasava essa ação. Logo, em um momento de insegurança em relação a como propor questionamentos para a turma de modo a eles perceberem justificativas para serem validadas pelo grande grupo, optou por encerrar a fase de apresentação e discussão.

A reflexão sobre a prática realizada levou o estagiário a considerar que a aula realizada possuía as características de uma aula de Investigação Matemática, uma vez que a elaboração de conjecturas e a justificação foram centrais durante as três fases da aula. Além disso, considerou as dificuldades enfrentadas por ele como comuns em uma primeira aula na perspectiva adotada.

3.3 Discussão teórica após a aula

A discussão teórica, no encontro seguinte com os futuros professores após a aula ministrada pelo estagiário, foi baseada na leitura coletiva de excertos retirados de quatro textos de um livro (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013) e de um artigo de

periódico (Pires, 2015). O primeiro texto⁴ introduz a Investigação Matemática, relacionando o ensino de matemática com o trabalho investigativo realizado pelos matemáticos e a partir disso, enfatizando a estrutura conjectura-teste-demonstração. O segundo texto⁵ cita as três fases que podem ser adotadas em uma aula segundo essa perspectiva. Já o terceiro texto⁶ explica os quatro momentos principais de uma investigação matemática. Por fim, o quarto⁷ enfatiza processos matemáticos envolvidos no trabalho investigativo.

A leitura do texto inicial oportunizou uma compreensão sobre o que sustenta a ideia geral da aula dada, isso é, a noção de que o trabalho investigativo possui potencial na construção do conhecimento matemático. Além disso, foi destacado pelo professor formador o estilo conjectura-teste-demonstração presentes nas Investigações Matemáticas. Nesse momento, os alunos não explicitaram ou discutiram outras possíveis relações com a aula ministrada pelo estagiário. No entanto, cabe destacar outra relação possível entre trecho do primeiro texto lido em sala e a aula de investigação ministrada:

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. (Ponte, Brocardo; Oliveira, 2013, p. 9)

Nesse sentido, a tarefa investigativa proposta não demandava um conhecimento matemático sofisticado para a interação, sendo tão simples quanto uma sequência de números naturais dispostos em quatro colunas, em que as justificativas das conjecturas elaboradas podem ser tão fundamentadas e rigorosas quanto se desejar.

Durante o estudo do segundo texto, os alunos tiveram facilidade em identificar de forma bem definida as distintas fases da aula ministrada pelo estagiário: introdução da tarefa, realização da tarefa, discussão dos resultados. O texto também identifica o professor como um regulador da atividade, que permite com que o aluno siga a

⁴ Introdução do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

⁵ Capítulo II, intitulado “A aula de investigação”, do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

⁶ Seção “Processos usados numa investigação matemática” do Capítulo I, intitulado “Investigar em Matemática”, do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

⁷ Introdução do artigo de Pires (2015).

atividade de forma autônoma, conforme relatado pelos futuros professores, esse posicionamento foi adotado pelo estagiário.

As relações entre o terceiro texto e a aula foram bem evidentes devido às orientações para o desenvolvimento da tarefa entregues por escrito pelo estagiário, contendo os quatro momentos de uma investigação (Figura 2).

Quando perguntados, os futuros professores disseram que ter os quatro momentos por escrito no enunciado foi positivo, pois auxiliou a saberem o que devia ser feito, sem ter que recorrer ao professor. Ou seja, foi um apoio à autonomia dos alunos de graduação, o que poderia ser agregado à suas experiências futuras a fim de analisar se poderiam auxiliar alunos da Educação Básica em suas primeiras experiências com esse tipo de tarefa.

Já o quarto texto foi um dos principais pontos de discussão. Muitos dos futuros professores apresentaram dificuldades em compreender o sentido de uma aula de Investigação Matemática, dado que não consiste em uma forma de ensino que exige que determinado tópico seja ensinado/introduzido ao final de uma tarefa investigativa. Neste texto, os alunos tiveram a oportunidade de compreender que os alunos envolvidos em uma atividade investigativa não necessariamente aprendem um certo conteúdo matemático novo para eles, mas podem desenvolver processos matemáticos, tais como “representar, relacionar e operar (classificar, ordenar, calcular, estabelecer relações, interpretar), experimentar, explorar, identificar padrões e regularidades, formular, testar e validar conjecturas, generalizar ou comunicar” (Pires, 2015, p.45) em decorrência de participarem de uma aula de investigação matemática.

Um dos comentários do estagiário para a turma consistiu em ressaltar que muitos professores de Matemática relatam que por mais que se esforcem em ensinar, seus alunos não desenvolvem um raciocínio matemático e se prendem à reprodução de ideias prontas. Assim, a adoção da Investigação Matemática em aulas pode contribuir para a superação de dificuldades similares. Ainda, foi discutido que muito da desconfiança diante da viabilidade em sala de aula do trabalho nessa perspectiva de ensino vem da ansiedade do professor em avançar no conteúdo curricular, desse modo, o docente, ansioso, avança nos tópicos que entende que deve ensinar, e o aluno, acaba muitas vezes sem o desenvolvimento de processos matemáticos que poderiam colaborar para a aprendizagem, ficando à mercê da reprodução de ideias.

4. Considerações finais

Em sua trajetória profissional o estagiário teve poucas oportunidades, antes da experiência aqui relatada, para de fato se envolver com a Investigação Matemática, na posição de professor, realizando poucos estudos aprofundados sobre essa perspectiva de ensino. Ter a oportunidade de planejar e desenvolver uma aula nesses moldes, sob a orientação do professor formador foi de grande valia na formação do estagiário, pois futuramente além de ministrar aulas novamente nesta perspectiva, poderá orientar estágios no Ensino Básico, ou assumir disciplinas de graduação que têm por objetivo apresentar e discutir diferentes tendências para o ensino de Matemática.

Ainda, a cessão de responsabilidades em determinados momentos formativos, em especial na aula na qual houve a discussão teórica, por parte do professor formador oportunizou ao estagiário a percepção de seu potencial para realizar considerações relevantes na formação dos futuros professores, que foram muito receptivos à sua presença na turma. Acredita-se que os alunos puderam compreender como pode ser desenvolvida uma aula segundo a Investigação Matemática e alguns cuidados a serem considerados para que não des caracterizem o trabalho em sala de aula.

Por fim, destaca-se a relevância de um trabalho como o desenvolvido pelo estagiário no contexto apresentado nesse artigo, em que futuros professores possam vivenciar práticas de ensino antes de estudá-las na teoria, oportunizando entendimento do estudo sob um ponto de vista que pode fazer mais sentido em seu processo formativo do que quando apresentada de forma isolada.

Referências

CAVALHEIRO, G. C. S.; MENEGHETTI, R. C. G; SEVERINO, A. T. B. Concepções de licenciandos em Matemática sobre as metodologias de Resolução de Problemas e Investigação Matemática. **HIPÁTIA - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 2, n. 2, p. 1-12, 2017.

CALDATTO, M. et al. Um panorama das Licenciaturas em Matemática no Brasil no ano 2019 a partir da Resolução CNE/CP Nº. 02/2015 e os seus percursos formativos. In: ZAIDAN, S. et al. (org.). **A Licenciatura em Matemática no Brasil em 2019**: Análise dos projetos dos cursos que se adequaram à Resolução CNE/CP 02/2015. Brasília: SBEM Nacional, 2021. p.384- 410.

GATTI, B. A. et al. **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 2019.

JUCÁ, R.; PIRONEL, M. Investigação matemática: um caminho para o ensino da matemática. **Revista Cocar**, n.14, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5499>. Acesso em: 28 jul. 2025.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, v. 25, n. 41, p. 73-98. 2011.

PIRES, M. Investigações matemáticas: aprender matemática com compreensão. **Saber & Educar**, n. 20, p. 42-51. 2015.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.